

Faktorisieren (Teil 1)

Aufgabe 1: In manchen Fällen bringt Ausklammern Rechenvorteile

- a) $5 \cdot 13 + 5 \cdot 17$ b) $23 \cdot 8 + 8 \cdot 27$ c) $44 \cdot 21 - 44$ d) $17^2 + 33 \cdot 17$ e) $31^2 - 31$

$$a) 5 \cdot 13 + 5 \cdot 17 = 5(13 + 17) = 5 \cdot 30 = \underline{150}$$

$$b) 23 \cdot 8 + 8 \cdot 27 = 8 \cdot (23 + 27) = 8 \cdot 50 = \underline{400}$$

$$c) 44 \cdot 21 - 44 = 44 \cdot (21 - 1) = 44 \cdot 20 = \underline{880}$$

$$d) 17^2 + 33 \cdot 17 = 17 \cdot (17 + 33) = 17 \cdot 50 = \underline{850}$$

$$e) 31^2 - 31 = 31 \cdot (31 - 1) = 31 \cdot 30 = \underline{930}$$

Aufgabe 2: Klammern Sie den gemeinsamen Zahlenfaktor aus:

- a) $2x + 4y$ b) $16y - 4z$ c) $44a - 11b$ d) $-17x + 34y$ e) $-9x - 3y$

$$a) 2x + 4y = \underline{2(x + 2y)}$$

$$b) 16y - 4z = \underline{4(4y - z)}$$

$$c) 44a - 11b = \underline{11(4a - b)}$$

$$d) -17x + 34y = 17(-x + 2y) = \underline{17(2y - x)}$$

$$e) -9x - 3y = 3(-3x - y) = \underline{-3(3x + y)}$$

Aufgabe 3: Natürlich kann man auch Variablen mit ausklammern:

- a) $7ab - 14b$ b) $-5ax - 25a + 5a$ c) $12x^3 + 9x^2 - 3x$ d) $4x^4 + 5ax^2 - 20x$ e) $-7x^2 - 14x^4$
f) $abc - acd$ g) $a^2b + ab^2 + a^2b^2$ h) $a^3b^4 - ab^4 - ab^5$ i) $6u^2v^2 - 3uv^3$ j) $7^2x^2y + 14xy$

$$a) 7ab - 14b = \underline{7b(a - 2b)}$$

$$b) -5ax - 25a + 5a = -5ax - 20a = \underline{-5a(x + 4)}$$

$$c) 12x^3 + 9x^2 - 3x = \underline{3x(4x^2 + 3x - 1)}$$

$$d) 4x^4 + 5ax^2 - 20x = \underline{x(4x^3 + 5ax - 20)}$$

$$e) -7x^2 - 14x^4 = \underline{-7x^2(1 + 2x^2)}$$

$$f) abc - acd = \underline{ac(b - d)}$$

$$g) a^2b + ab^2 + a^2b^2 = \underline{ab(a + b + ab)}$$

$$h) a^3b^4 - ab^4 - ab^5 = \underline{ab^4(a^2 - 1 - b)}$$

$$i) 6u^2v^2 - 3uv^3 = \underline{3uv^2(2u - v)}$$

$$j) 7^2x^2y + 14xy = \underline{7xy(7x + 2)}$$

Aufgabe 4: Klammern Sie -1 aus:

Merke: $a - b = -(b - a)$

a) $-5x + 2y$

b) $2 - 7x$

c) $-x - 7b$

d) $-3 - 8x$

e) $-12a - 13b$

a) $-5x + 2y = - (5x - 2y)$

b) $2 - 7x = - (-2 + 7x) = - (7x - 2)$

c) $-x - 7b = - (x + 7b)$

d) $-3 - 8x = - (3 + 8x)$

e) $-12a - 13b = - (12a + 13b)$

Aufgabe 5: Klammern Sie $-\frac{2}{3}$ aus:

a) $\frac{4}{3}x - \frac{10}{3}y$

b) $\frac{2}{3} - 16y$

c) $8a - 12b$

d) $-1 - \frac{3}{2}c$

e) $3a - 2b$

a) $\frac{4}{3}x - \frac{10}{3}y = -\frac{2}{3}(-2x + 5y) = -\frac{2}{3}(5y - 2x)$

b) $\frac{2}{3} - 16y = -\frac{2}{3}(-1 + 24y) = -\frac{2}{3}(24y - 1)$

c) $8a - 12b = -\frac{2}{3}(-12a + 18b) = -\frac{2}{3}(18b - 12a)$

d) $-1 - \frac{3}{2}c = -\frac{2}{3}\left(\frac{3}{2} + \frac{9}{4}c\right)$

e) $3a - 2b = -\frac{2}{3}\left(-\frac{9}{2}a + 3b\right) = -\frac{2}{3}\left(3b - \frac{9}{2}a\right)$

Aufgabe 6: Klammere weitestgehend aus (ganzzahlige Koeffizienten in der Klammer)

a) $3st - 4s^2 + s$

b) $ax^2 + bx + cx$

c) $4x^2 - 8x + x$

d) $12xy^2 - 4xy + 8x^2y$

e) $4x^3 - 12x^2$

f) $25x^4 - 5x^3 + 125x^2$

g) $k^2x^2 + 3k^2x$

h) $k^2x^2 + 3k^2x + k$

a) $3st - 4s^2 + s = s(3t - 4s + 1)$

b) $ax^2 + bx + cx = x(ax + b + c)$

c) $4x^2 - 8x + x = 4x^2 - 7x = x(4x - 7)$

d) $12xy^2 - 4xy + 8x^2y = 4xy(3y - 1 + 2x)$

e) $4x^3 - 12x^2 = 4x^2(x - 3)$

f) $25x^4 - 5x^3 + 125x^2 = 5x^2(5x^2 - x + 25)$

g) $k^2x^2 + 3k^2x = k^2x(x + 3)$

h) $k^2x^2 + 3k^2x + k = k(kx^2 + 3kx + 1)$

Aufgabe 7: Klammere den angegebenen Faktor und möglichst hohe Potenzen von x aus:

- a) $\frac{1}{2}x^3 - 5x^2 = \frac{1}{2} \dots$ b) $\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{4}x^6 = \frac{1}{2} \dots$ c) $-x^3 + 5x^2 = - \dots$ d) $-\frac{1}{2}x^3 + 4x^2 - x = -\frac{1}{2} \dots$
 e) $\frac{1}{2}x^3 - x^2 = -\frac{1}{2} \dots$ f) $x^3 - x^2 = - \dots$ g) $3x^3 - 4x^2 = 3 \dots$ h) $3x^3 - 4x^2 = -3 \dots$
 i) $3x^3 - 4x^2 = -9 \dots$ j) $\frac{1}{2}kx^4 + \frac{1}{4}kx^6 = \frac{1}{4} \dots$ k) $3x^3 - 4x^6 = -4 \dots$ l) $k^2x^2 + 4kx = \frac{1}{2}k \dots$

a) $\frac{1}{2}x^3 - 5x^2 = \frac{1}{2}x^2(x-10)$
 b) $\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{4}x^6 = \frac{1}{2}x^4(1 - \frac{1}{2}x^2)$
 c) $-x^3 + 5x^2 = -x^2(x-5)$
 d) $-\frac{1}{2}x^3 + 4x^2 - x = -\frac{1}{2}x(x^2 - 8x + 2)$
 e) $\frac{1}{2}x^3 - x^2 = -\frac{1}{2}x^2(-x+2)$
 f) $x^3 - x^2 = -x^2(-x+1)$
 g) $3x^3 - 4x^2 = 3x^2(x - \frac{4}{3})$
 h) $3x^3 - 4x^2 = -3x^2(-x + \frac{4}{3})$
 i) $3x^3 - 4x^2 = -9x^2(-\frac{1}{3}x + \frac{4}{9})$
 j) $\frac{1}{2}kx^4 + \frac{1}{4}kx^6 = \frac{1}{4}kx^4(2 + x^2)$
 k) $3x^3 - 4x^6 = -4x^3(-\frac{3}{4} + x^3)$
 l) $k^2x^2 + 4kx = \frac{1}{2}kx(2kx + 8)$

Für Spezialisten: Ausklammern von Klammern:

Beispiel: $5a \cdot (x+1) - 7b \cdot (x+1) = (x+1) \cdot (5a - 7b)$

Aufgabe 8:

- a) $u(x+y) + v(x+y)$ b) $a(2x-y) - 2b(2x-y)$ c) $3ab(2x-y) + 9a^2b(4x-2y)$
 d) $3a(x-5y) - 2(5y-x)$ e) $a(y+1) + y + 1$ f) $7x(x-5y) + x - 5y$
 g) $x(a-b) - a + b$ h) $-x(a-b) - a + b$ i) $x(a+b) + a - b$

a) $u(x+y) + v(x+y) = (u+v)(x+y)$
 b) $a(2x-y) - 2b(2x-y) = (a-2b)(2x-y)$
 c) $3ab(2x-y) + 9a^2b(4x-2y) =$
 $= 3ab(2x-y) + 9a^2b \cdot 2 \cdot (2x-y) =$
 $= (3ab + 18a^2b)(2x-y)$
 d) $3a(x-5y) - 2(5y-x) = 3a(x-5y) - 2 \cdot (-1)(x-5y)$
 $= (3a+2)(x-5y)$
 e) $a(y+1) + y + 1 = a(y+1) + 1 \cdot (y+1)$
 $= (a+1)(y+1)$
 f) $7x(x-5y) + x - 5y = (7x+1)(x-5y)$
 g) $x(a-b) - a + b = (x-1)(a-b)$
 h) $-x(a-b) - a + b = x(b-a) + (b-a)$
 $= (x+1)(b-a)$
 i) $x(a+b) + a - b = \text{ (kann nicht weiter faktorisiert werden.) }$

Aufgabe 9: und noch etwas übler:

a) $ax + ay + bx + by$

b) $xs - ys + xt - yt$

c) $3ax + 3bx + 2ay + 2by$

d) $x^2 + ax + ab + bx$

e) $6ax + 10ay + 3bx + 5by$

f) $x^2y^2 + x^2 + y^2 + 1$

g) $ax - 2bx + 4ay - 8by$

h) $12ax - 2bx - 18ay + 3by$

i) $x(a+b-c) - y(a+b-c) + (x-y)$

j) $y(a-b+c) + y(b+c-a) + (x-y)$

k) $(3r - s)(4ux - 2uy) - (10wx - 5wy)(3r - s)$